UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA ESTADISTICA
TRABAJO DE ÁLGEBRA LINEAL

1. Sea V un conjunto de pares ordenados (a,b) de números reales.
   Determinar si V,con las operaciones dadas es o no un espacio vectorial.
   i) $(a,b)+(c,d)=(ac,bd)$ y $k(a,b)=(ka,b), k\in R$
   ii) $(a,b)+(c,d)=(a+d,b+c)$ y $k(a,b)=(ka,kb), k\in R$,
   iii) $(a,b)+(c,d)=(ac,bd)$ y $k(a,b)=(ka,kb), k\in R$
   iv) $(a,b)+(c,d)=(0,0)$ y $k(a,b)=(ka,kb), k\in R$
   v) $(a,b)+(c,d)=(ac,bd)$ y $k(a,b)=(ka,kb), k\in R$
   vi) $(a,b)+(c,d)=(a+c,b+d)$ y $k(a,b)=(ka,0), k\in R$
2. Demostrar si V es un espacio vectorial sobre R
   $V=\{(a,b)\in R^2 / a+6b=0\}$
3. Demostrar si V es un espacio vectorial sobre R
   $V=\{(x,y)\in R^2 / 3x-y=1\}$
4. Determine si el conjunto dado, con las operaciones habituales de adición y multiplicación por escalares, es un subespacio vectorial
   a. Consideremos el siguiente subconjunto de $\mathbb{R}^4$:
   $$S=\{(x_1,x_2,x_3,x_4)/x_1-x_4=0 \wedge x_2-x_4=x_3\}$$
   b. El conjunto de vectores de $\Re^3$ tal que: $M=\{(x,y,z)/z=3x, x=2y\}$.
   c. El conjunto de vectores de $\Re^3$ tal que: $U=\{(x,y,z)\in R^3 / xy=0\}$.

5. Determine cuáles de los siguientes conjuntos W son subespacios vectoriales del espacio vectorial V:

   I) $V=R^3,\ W=\left\{ \begin{bmatrix} a \\ -a \\ a \end{bmatrix}, a\in\Re \right\}$

   III) $V=M_3,\ W=\{A\in M_3 / \det(A)=0\}$

6. Dados los vectores: $v_1=(1,-1,2), v_2=(2,0,1)$ y $m=(4,-2,5), n=(1,-1,-1)$. Determine si los vectores m y n son C.L. de los vectores $v_1\ y\ v_2$
7. Diga si los siguientes conjuntos son LI ó LD y además cuál de ellos son una base
   a. $\{x;\ 2x-x^2;\ 6x-2x^2\}$ en P_2 b. $\{1-2x;\ 3x+x^2-x^3;\ 1+x^2+2x^3;\ 3+2x+3x^3\}$ en P_3
8. Si $\beta=\{u,v,w\}\subset V$,es un conjunto L.I, determinar la D.L o I.L. de:
   $\beta=\{\alpha u+\beta v, \lambda v-\alpha w, \beta w+\lambda v\}\ para\ \alpha,\beta,\lambda\in\mathbb{R}$
9. Determine si el conjunto: $\beta=\{1,e^x,e^{2x},e^{3x},e^{4x}\}$ es L.I o es L.D
10. Si el conjunto $\beta=\{v_1,v_2,v_3,....,v_m\}$ es L.I. Determinar la linealidad del conjunto:
    $\beta_1=\{v_1,v_2-v_1,v_3-v_1,.....,v_m-v_1\}$
11. Sean V un R-espacio vectorial y sean los subespacios y $W_1\ y\ W_2$,demostrar
    $\dim(W_1+W_2)=\dim(W_1)+\dim(W_2)-\dim(W_1\cap W_2)$

12. Sean V un R-espacio vectorial y sean los subespacios $W_1 \; y \, W_2$,talque $V = W_1 \oplus W_2$

Demostrar: $\dim(W_1 + W_2) = \dim(W_1) + \dim(W_2)$

13. Demostrar: $W_1 + W_2 = \langle W_1 \cup W_2 \rangle$,si W_1, W_2 son subespacios de un espacio vectorial V

14. Determine una base de cada una de los siguientes subespacios de R^4

$F = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) / x_1 = x_2 = x_3 = x_4\}$

$G = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) / x_1 = x_2 \; y \; x_3 = x_4\}$

$H = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) / x_1 = x_2 = x_3\}$

$K = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) / x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0\}$

15. Encuentre el vector de coordenadas de los vectores:

a. $p(x) = -x + 3x^2$ con respecto a la base $B = \{1 + x; \; 1 - 2x; \; x^2\}$ de P_2.

b. $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}$ con respecto a la base $B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$ de $\Re^3$.

16. Determine si el conjunto B es una base del espacio vectorial V.

a. $B = \{x; \; 1 + x; \; 1 - x; \; x^2 + x + 1\}, \; V = P_2$

b. $B = \{1 - x; \; 1 - x^2; \; x - x^2\}, \; V = P_2$

c. $B = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}, \; V = \text{gen}\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$

17. Si $A = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix} \right\} \in \Re^4$, determine una base para gen(A).

18. Describa el espacio generado por cada uno de los conjuntos dados, determine su dimensión y proporcione dos bases para cada uno de ellos:

a. $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \in \Re^4$

b. $\{1 + x; \; x^3 - x^2\} \in P_3$

19. En R^3 sobre los R,dados los subespacios :

$W_1 = \{(x_1, x_2, x_3) / x_1 + 2x_2 - x_3 = 0\}$ y $W_2 = \langle \{(2;-1,1);(1,2;3)\} \rangle$

Determinar i) $W_1 + W_2$ ii) $W_1 \cap W_2$ iii) $\dim(W_1 + W_2)$ iv) $\dim(W_1 \cap W_2)$

20. En R^3, sea el subespacio W generado por $\{(1,2,-2);(5,4,-4),(0,1,-1)\}$

Determine:

i) Una base de W y la dimW

ii) Extender la base de W a una base de R^3

21. Sea $V = \{A / A_{nxn}\}$ y los subespacios $W_1 = \{A \in V / A = A^T\}$

y $W_2 = \{A \in V / A^T = -A\}$,demostrar i) $W_1 \ y \, W_2$ son subespacios ii) $W_1 \oplus W_2$

22. Demostrar que:

a. $\langle\{(1;3,5)\}\rangle = \langle\{(2;6,10)\}\rangle$ b. $\langle\{(2;-1,6);(-3;4,1)\}\rangle = \langle\{(-1;3,7);(8;-4,24)\}\rangle$

23. Determinar cuál de los siguientes vectores pertenecen al subespacio de P_3 generado por :

$S = \{ x^3 + 2x^2 + 1;\ x^2 - 2;\ x^3 + x\}$

I. $p(x) = 3 - x + x^2$

II. $p(x) = x^2 - 2x + 1$

III. $p(x) = 4x^3 - 3x + 5$

IV. $p(x) = x - 5$

24. Suponga que $B = \{\boldsymbol{v}; \boldsymbol{w}\}$ es una base de un espacio vectorial V . ¿Cuál de los siguientes conjuntos son también bases de V ?

a) $\{\boldsymbol{v} + \boldsymbol{w}; \boldsymbol{v}\}$ b) $\{\boldsymbol{v} - \boldsymbol{w}; \boldsymbol{w} - \boldsymbol{v}\}$ c) $\{\boldsymbol{v} + \boldsymbol{w}; -\boldsymbol{v}; \boldsymbol{w}\}$

25. Sea $V = R^4$ y en el consideremos dos subespacios

$$W_2 = \left\{ \begin{aligned} m \in R^4 / x_1 + x_2 - x_4 &= 0 \\ x_1 - x_3 + 2x_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{y} \quad W_2 = \{ m \in R^4 / x_1 - x_4 = 0 \}$$

Determinar una base para : $W_1, W_2, W_1 \cap W_2, W_1 + W_2$

Determinar la dimensión de : $W_1, W_2, W_1 \cap W_2, W_1 + W_2$

El Profesor

UNI OCTUBRE DEL 2024